

**UNIDAD 1: MEDICIÓN Y CINEMÁTICA.**  
**TEMÁTICA: MOVIMIENTO EN UNA DIMENSIONES**

**Fundamentación Teórica:**

Para todo proceso de medición es necesaria la utilización de un instrumento, que permite cuantificar una cualidad de un cuerpo, objeto o sustancia, a esta cualidad a medir se le denomina mensurando. El mensurando es una cantidad o magnitud física, encontramos magnitudes físicas vectoriales o escalares; las cantidades vectoriales están caracterizadas por una magnitud (longitud del vector) y una dirección (velocidad, posición etc), mientras que las escalares solamente por una magnitud (Temperatura, densidad etc). Las magnitudes tienen unidades de medida que se definen a través de un patrón, para cada cantidad o magnitud podemos encontrar diferentes tipos de unidades. Por ejemplo, para medir la longitud de un objeto, encontramos la unidad del centímetro, milímetro o metro. Dependiendo del tipo de instrumento que utilicemos vamos a obtener la longitud (mensurando) en una u otra unidad.

Sin embargo, con el fin de universalizar el proceso de medida y poder realizar comparaciones entre diferentes medidas realizadas en diferentes lugares del mundo, se ha llegado al consenso del Sistema Internacional (SI) de Unidades, donde se definen las unidades y su patrón para las magnitudes básicas o fundamentales, de esta forma todas las magnitudes no fundamentales se pueden representar en términos de las magnitudes fundamentales. En la Tabla 1, se encuentran las magnitudes fundamentales en física su unidad y el símbolo con el que se representan.

<b>Magnitud</b>	<b>Unidad</b>	<b>Símbolo</b>
Longitud	Metro	M
Tiempo	Segundo	S
Masa	Masa	Kg
Intensidad de corriente eléctrica	Amperio	A
Temperatura	Kelvin	K
Cantidad de sustancia	Mol	Mol
Intensidad Luminosa	Candela	Cd

Tabla 1. Magnitudes fundamentales (Sistema Internacional de Medidas)

Una medida debe estar acompañada de su incertidumbre, ya que todas las medidas tienen una incerteza que puede tener sus causas en alguno o algunos de los siguientes factores:

- Limitaciones del instrumento.
- Condiciones ambientales.
- Falta de calibración del instrumento.
- Errores humanos al realizar la medida.

La incertidumbre caracteriza un intervalo de valores que puede tomar el mensurando y garantiza que cuando se vuelva a realizar la medición habrá una probabilidad **p** de encontrar la medida en este rango. La definición realizada en el vocabulario Internacional de Metrología Conceptos fundamentales y generales, y términos asociados (VIM) para la incertidumbre es:

“parámetro no negativo que caracteriza la dispersión de los valores atribuidos a un mensurando, a partir de la información que se utiliza”

De esta forma una medida se debe siempre representar como se expresa en la ecuación (1):

$$m \pm u_m \text{ (1), Donde "m" es la medida y "u}_m\text{" es la incertidumbre.}$$

Lo que implica que la medida está en el rango:

$$[m - u_m; m + u_m] \text{ (2)}$$

Otra de las formas de representar la incertidumbre y que da mejor indicación de la calidad de la medida es representar en porcentaje

$$m \pm u_m \% \text{ (3) , donde } u_m \% = \frac{u_m}{m} \times 100 \text{ (4)}$$

Usualmente la incertidumbre también se representa como  $\Delta m$ , en el curso se va a utilizar esta representación.

La incertidumbre permite la intercomparación de medidas realizadas por diferentes laboratorios en diferentes partes del mundo. Para la determinación de la incertidumbre se definen reglas. Debemos tener en cuenta que para la determinación de la incertidumbre de una medida se deben tener en cuenta todas las fuentes de incertidumbre asociadas a cada cantidad de entrada o asociada a factores de corrección o condiciones. En el presente curso, solamente se va a tomar en cuenta la incertidumbre asociada al instrumento de medida y la asociada a la estadística.

### **Incertidumbre debida a medidas directas**

Para determinar la incertidumbre de cantidades indirectas, debemos tener en cuenta si es una sola medida o si son varias ( $n > 1$ , donde  $n$  representa la cantidad de mediciones realizadas)

Cuando se realiza solamente una medida, la incertidumbre se toma como la mitad del valor mínimo de la escala, es decir, si  $x$  el valor de la medida, y sí el

valor mínimo de su escala es  $e$ , entonces, la incertidumbre estaría dada por la expresión (5):

$$\Delta x = \frac{e}{2} \quad (5)$$

Ejemplo 1: supongamos que medimos la longitud de un esfero con una regla que tiene la escala en milímetros; el resultado de la medida está entre  $142 \text{ mm}$  y  $143 \text{ mm}$ , así el mejor estimado de la medida es el valor medio, es decir  $142.5 \text{ mm}$ . Como el mínimo valor de la escala de la regla es  $1 \text{ mm}$  entonces, el valor se representa como:

$$m = \left(142.5 \pm \frac{1}{2}\right) \text{ mm} = (142.5 \pm 0.5) \text{ mm}$$

En forma de porcentaje podemos representar como:

$$m = \left(142.5 \pm \frac{0.5}{142.5} \times 100\right) \text{ mm} = 142.5 \text{ mm} \pm 0.4\%$$

Cuando se obtiene una medida a través de repeticiones de esta ( $n > 2$ ) con las mismas condiciones, tendremos varios valores y estimamos el valor nominal o valor del mensurando (valor de la medida) como el valor promedio de las medidas, ecuación (6):

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (6)$$

Si el valor de mediciones está  $2 < n < 10$ , el valor de la incertidumbre se obtiene como la máxima desviación obtenida por la expresión (7):

$\Delta x = \frac{X_{max} - X_{min}}{2}$  (7) Donde  $X_{max}$  es el valor máximo del grupo de datos y  $X_{min}$  el valor mínimo.

Ejemplo 2: se mide en tres ocasiones el periodo de un péndulo, los resultados obtenidos se presentan en la tabla 2:

Número de medida	Tiempo (s)
1	2.40
2	2.42
3	2.37

Tabla 2. Datos experimento péndulo.

Teniendo en cuenta los datos de la tabla 2, el valor del resultado de la medida sería:

$$\bar{x} = \frac{1}{3} (2.40 \text{ s} + 2.42 \text{ s} + 2.37 \text{ s}) = \frac{7.19 \text{ s}}{3} = 2.40 \text{ s}$$

Ahora, la incertidumbre estaría dada por:

$$\Delta x = \frac{(2.42 \text{ s})_{max} - (2.37 \text{ s})_{min}}{2} = 0.025 \text{ s}$$

De esta forma el resultado debe estar dado como:

$$m = (2.40 \pm 0.02) \text{ s}$$

Es necesario tener en cuenta que la incertidumbre debe tener las mismas cifras decimales o precisión de la medida, por lo que, en algunos casos, se deben aplicar las reglas de aproximación.

Si la cantidad de mediciones es  $n \geq 10$ , el valor de la incertidumbre se obtiene como la desviación estándar ( $\sigma_s$ ) dividida por el número de mediciones:

$$\Delta x = \frac{\sigma_s}{n} \quad (8)$$

Ejemplo3: medimos el tiempo de caída de un objeto a una misma altura; los resultados de cada medida se registran en la tabla 3:

Número de medida	Tiempo (s)
1	0.623
2	0.613
3	0.633
4	0.615
5	0.617
6	0.624
7	0.625
8	0.632
9	0.627
10	0.622
11	0.633

Tabla 3. Datos experimento caída libre.

Tendríamos que el valor del resultado de la medida y su respectiva incertidumbre sería:

$$\bar{x} = 0.624 \text{ s}$$

$$\Delta x = \frac{0.007014271 \text{ s}}{11} = 0.000637661 \text{ s} \approx 0.001 \text{ s}$$

De esta forma el resultado debe estar dado como:

$$m = (0.624 \pm 0.001) \text{ s}$$

El resultado del valor y su incertidumbre deben estar dado con el mismo número de cifras decimales.

### **Incertidumbre debido a ajustes lineales o cuadráticos**

Para la determinación de incertidumbre de parámetros obtenidos a través de ajustes lineales ( $y = ax + b$ ) es decir para la incertidumbre del parámetro  $a$  o para el parámetro  $b$  se utiliza el método de mínimos cuadrados. De igual forma para el ajuste cuadrático de la forma  $y = ax^2 + bx + c$ . En esta guía no se realizará explicación matemática del método se dará una plantilla de Excel donde el estudiante podrá determinar los parámetros de ajuste y las incertidumbres de cada parámetro (error típico) para el caso de ajustes cuadráticos (Ver plantilla de Excel y vídeo donde se explica cómo utilizar la plantilla).

### **Mediciones indirectas**

Usualmente encontramos que la mayoría de las cantidades físicas de interés son determinaciones indirectas. Es decir, no podemos obtener la medida directamente con un instrumento. Por ejemplo, para determinar la densidad de un objeto, se divide el valor de la masa entre su volumen (9):

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (9)$$

debemos medir la masa y el volumen de forma independiente. En este caso para la determinación de la incertidumbre de una cantidad indirecta, se tienen los siguientes pasos:

1. Establecer el mensurando, cantidad o magnitud de medida.
2. Establecer el modelo matemático del mensurando.
3. Establecer las variables o cantidades de entrada del mensurando.
4. Establecer las fuentes de incertidumbre para cada cantidad de entrada y cuantificar.
5. Determinar la ecuación para la determinación de la incertidumbre.

Consideremos una función  $f(X, Y, Z)$  que representa el mensurando y depende de cantidades de entrada  $X, Y$  y  $Z$ , una vez determinadas las incertidumbres de las cantidades de entrada (cantidades medidas directamente)  $\Delta X, \Delta Y$ , y  $\Delta Z$ , la

incertidumbre de  $f$  se determina en primera aproximación a través de la suma de las derivadas parciales de la función respecto a cada variable multiplicada por su incertidumbre asociada:

$$\Delta f = \left(\frac{\partial R}{\partial X}\right) \Delta X + \left(\frac{\partial R}{\partial Y}\right) \Delta Y + \left(\frac{\partial R}{\partial Z}\right) \Delta Z \quad (10)$$

Para una función que esté basada en producto o cociente de sus variables de la forma:

$$f(X, Y, Z) = \frac{X \times Y^2}{Z} \quad (11)$$

La incertidumbre relativa se determina con la expresión:

$$\frac{\Delta f}{f} \approx \frac{\Delta X}{X} + 2 \frac{\Delta Y}{Y} + \frac{\Delta Z}{Z} \quad (12)$$

### **Precisión**

La precisión indica el grado de dispersión de valores de medidas bajo las mismas condiciones.

### **Exactitud**

La exactitud es el grado de acuerdo entre el valor verdadero o valor de referencia y el valor medido. La exactitud no se asocia a un valor numérico, se cuantifica a través del error de la medida que se determina como:

$$\% \text{ error} = \frac{|\text{Valor de referencia} - \text{Valor medido}|}{\text{Valor de referencia}} \times 100 \quad (13)$$

Una medida puede ser precisa pero inexacta, esto se puede presentar debido principalmente a la no calibración de un instrumento.

Ejemplo 4: se realizó una práctica de laboratorio con el fin de conocer la densidad de una esfera de aluminio, obteniendo un valor para la masa  $m = 31.25 \pm 0.05 \text{ g}$  y un valor del volumen  $V = 11 \pm 1 \text{ ml}$ . Determinar la densidad, la incertidumbre y la exactitud de la medida a través del error de la medida. A continuación, se presentan organizados los pasos para determinar la incertidumbre:

1. Establecer el mensurando, cantidad de medida: densidad con unidades  $\text{g/cm}^3$  o  $\text{g/ml}$
2. Establecer el modelo matemático del mensurando y su valor,

$$\rho = m/V = \frac{31.25 \text{ g}}{11 \text{ cm}^3} = 2.84 \text{ g/cm}^3$$

3. Establecer las variables o cantidades de entrada del mensurando. Las variables  $m$  y  $V$ .

4. Establecer las fuentes de incertidumbre para cada cantidad, las incertidumbres están dadas para cada variable de entrada y no se tienen en cuenta incertidumbres adicionales  $\Delta m = 0.05$  y  $\Delta V = 1 \text{ cm}^3$
5. Determinar la ecuación para la determinación de la incertidumbre

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta V}{V} \quad (14)$$

Se sustituyen los valores en la ecuación y se obtiene la incertidumbre relativa:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{0.05}{31.25} + \frac{1}{11} = 0.09$$

Que en porcentaje equivale al 9%, y en valor absoluto  $\Delta\rho = \rho \times 0.09 = 2.84 \text{ g/cm}^3 \times 0.09 = 0.2 \text{ g/cm}^3$

Por lo tanto, el resultado de la medida sería expresado de la forma  $\rho = 2.8 \pm 0.2 \text{ g/cm}^3$  o  $\rho = 2.8 \pm 9\%$

Y finalmente se determina la exactitud de la medida a través de la determinación del error:

$$\%error = \frac{|2.7 \text{ g/cm}^3 - 2.8 \text{ g/cm}^3|}{2.7 \text{ g/cm}^3} = 3.7 \%,$$

Donde  $2.7 \text{ g/cm}^3$  es el valor de la densidad del Aluminio.